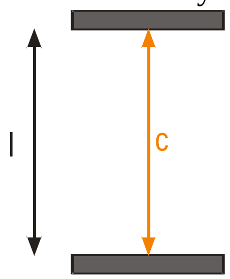
6.1.3 Dilatace času

Předpoklady: 6102

Budeme zkoumat plynutí času v různých souřadných soustavách
čas měříme pomocí hodin = zařízení, které počítá počet opakování vhodného periodického děje (jeden kmit u kyvadlových hodin, jeden oběh kolem Slunce pro kalendář atd.)
například na jeden oběh kolem Slunce připadá stále stejný počet kmitů kyvadlových hodin ⇒ hodiny mají stejný rytmus a můžeme mluvit o plynutí času

Jak zkoumat plynutí času v STR?
Problém s nastavením (synchronizací) hodin.
Jak všechny hodiny nastavíme?
V každé soustavě jedny referenční hodiny, další hodiny nastavíme pomocí světla uprostřed mezi referenční a nastavované hodiny umístíme zdroj světla, který blikne. Nastavované hodiny posuneme tak, aby v okamžiku, kdy dorazí světlo ukazovali to samé jako hodiny referenční ⇒ takto nastavíme všechny hodiny v jedné soustavě souřadnic
Jak synchronizovat mezi souřadnými soustavami?
Problém s relativitou současnosti (současné jsou pro různé soustavy pouze události soumístné) ⇒ referenční hodiny jednotlivých soustav zasynchronizujeme ve chvíli, kdy se potkají.

Čím budeme čas měřit?
Světelné hodiny: dvě zrcadla ve vzdálenosti *l* od sebe, mezi nimi se odráží světlo rychlostí *c*:

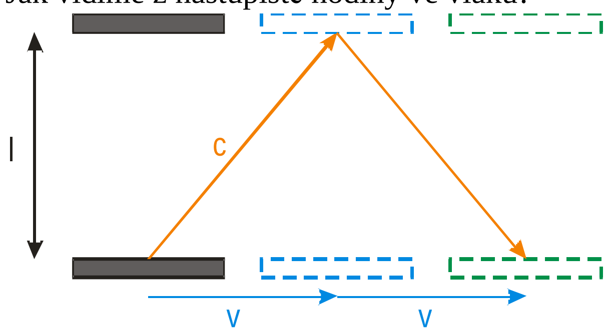


Jeden tik hodin = doba, kterou potřebuje světlo na cestu tam a zpět: $\Delta t_0 = \frac{2 \cdot l}{c}$

Jedny světelné hodiny umístíme na nástupiště, druhé umístíme do vlaku jedoucího rychlostí *v* kolem nástupiště tak, aby směr ve kterém se šíří v hodinách světlo byl kolmý na směr pohybu.

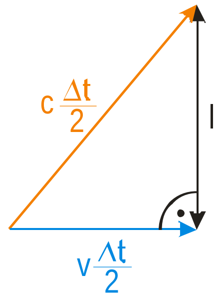
Čas, který vidíme z nástupiště na hodinách na nástupišti: $\Delta t_0 = \frac{2 \cdot l}{c}$.

Jak vidíme z nástupiště hodiny ve vlaku?



Hodiny jsou přidělány k vlaku ⇒ pohybují se s vlakem doprava ⇒ světlo se v nich musí šířit nakřivo po delší dráze, ale stále rychlostí c $\Rightarrow$ doba Δt na cestu tam a zpět bude delší než u stojících hodin

Nakreslíme si dráhy za polovinu periody:



Trojúhelník je pravoúhlý $\Rightarrow$ platí Pythagorova věta:

$$\left(\frac{c\cdot\Delta t}{2}\right)^2=l^2+\left(v\frac{\Delta t}{2}\right)^2$$

$$c^2\Delta t^2\frac{1}{4}=l^2+v^2\Delta t^2\frac{1}{4}$$ vypočteme Δt

$$\Delta t^2\left(\frac{1}{4}c^2-\frac{1}{4}v^2\right)=l^2$$

$$\Delta t^2=\frac{4\cdot l^2}{c^2-v^2}$$

$$\Delta t=\frac{2\cdot l}{\sqrt{c^2-v^2}}$$ odmocníme a snažíme se upravit výraz vpravo tak, aby se v něm objevil vztah pro

$$\Delta t_0=\frac{2\cdot l}{c}$$

$$\Delta t=\frac{2\cdot l}{\sqrt{c^2-v^2}}=\frac{2\cdot l}{\sqrt{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}}=\frac{2\cdot l}{c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ $\Rightarrow$ pozorovatel na nástupišti vidí, že hodiny ve vlaku jdou pomaleji (je to jasné, když v nich světlo musí urazit větší dráhu stejnou rychlostí c)

$$\Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ **dilatace (prodloužení) času**

- jde o důsledek konstantní rychlosti světla (kdyby se jeho rychlost sčítala s rychlostí vlaku nic bychom nepozorovali)
- stejným způsobem se musí chovat i hodiny libovolné jiné konstrukce (jinak by bylo možné porovnáním chodu různých hodin zjistit, že se pohybujeme a to zakazuje princip relativity)

Jak je efekt velký?

Př. 1: Kolem nástupiště projíždí vlak rychlostí $v=90\,\mathrm{km/h}$. Urči, jak se prodlouží 1s na hodinách v jedoucím vlaku z pohledu pozorovatele na nástupišti.

$c=300\,000\,\mathrm{km/h}=300\,000\,000\,\mathrm{m/s}$ $v=90\,\mathrm{km/h}=25\,\mathrm{m/s}$ $t=?$

$$\Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{25^2}{300000000^2}}}\mathrm{s}=1\,\mathrm{s}$$ kalkulačka ukazuje 1, ale to není možné dělíme číslem, které je menší než 1 $\Rightarrow$ zlomek musí být větší $\Rightarrow$ zkusíme matematický program

na počítači:

$$\Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{25^2}{300000000^2}}}\mathrm{s}=1{,}00000000000000374\,\mathrm{s}$$ počítač ukáže 1, pak 14

nul a pak teprve první nenulová čísla 374

⇒ z hlediska pozorovatele na nástupišti se sekunda na hodinách ve vlaku prodlouží o $3{,}74\cdot10^{-15}\,\mathrm{s}$ ⇒ je zřejmé, proč jsme si toho ještě nevšimli

Př. 2: Urči, za kolik let by se hodiny ve vlaku a hodiny na nástupišti rozešly o 1s.

Přímá úměrnost:

1 s … zpoždění $3{,}74\cdot10^{-15}\,\mathrm{s}$

x s … zpoždění 1 s

$$\frac{x}{1}=\frac{1}{(3{,}74\cdot10^{-15})}\Rightarrow x=\frac{1}{(3{,}74\cdot10^{-15})}\mathrm{s}=2{,}67\cdot10^{14}\,\mathrm{s}$$

Kolik je to let?

$$\frac{2{,}67\cdot10^{14}}{3600\cdot24\cdot365{,}25}=8\,472\,750\,\text{let}$$

Toho se nedočkáme.

Zkusíme větší rychlost – kosmickou raketu.

Př. 3: Při letu na Měsíc museli kosmonauti překonat 2. kosmickou rychlost $v=11{,}2\,\mathrm{km/s}$. Urči, jak se z hlediska pozorovatelů na Zemi při této rychlosti prodloužila 1 s na hodinách v raketě.

$c=300\,000\,\mathrm{km/h}=300\,000\,000\,\mathrm{m/s}$ $v=11{,}2\,\mathrm{km/s}=11\,200\,\mathrm{m/s}$ $t=?$

Stejný vzorec i postup jako u vlaku:

Kalkulačka:

$$\Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{11200^2}{300000000^2}}}\mathrm{s}=1{,}000000001\,\mathrm{s}$$ kalkulačka ukázala na posledním místě

1

Počítač:

$$\Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{11200^2}{300000000^2}}}\mathrm{s}=1{,}000000000696\,\mathrm{s}$$

Znát to pořád ještě není, ale alespoň kalkulačka něco spočítá.

Jak vidí situaci člověk ve vlaku?

- hodiny ve vlaku jdou normálně (vůči pozorovateli se nepohybují ⇒ světlo letí po nejkratší cestě ⇒ mají nejrychlejší možný chod)
- hodiny na nástupišti jdou pomaleji (vůči pozorovateli se pohybují a utíkají světlu ⇒ světlo letí po delší cestě ⇒ mají pomalejší chod)

⇒ **z hlediska člověka ve vlaku jdou jeho hodiny správně a hodiny všech, kteří se vůči němu pohybují, pomaleji** (tím pomaleji, čím rychleji se vůči němu pohybují)

právě proto se teorie jmenuje teorie relativity:

- všechno záleží na tom, odkud se pozorovatel na situaci dívá, každý pozorovatel vidí jinou rychlost chodu mých hodin a já vidím jinou rychlost jejich hodin v závislosti na naší vzájemné rychlosti

- všichni pozorovatelé mají pocit, že jejich hodiny jdou správně a hodiny všech ostatních se zpožďují

Paradox dvojčat (velmi populární)
2 stejně staří kosmonauti (jednovaječná dvojčata)

1. dvojče zůstane na Zemi	2. dvojče poletí do vesmíru v kosmické lodi
Co vidí pozemšťan?	Co vidí kosmonaut?
Já stárnu normálně.	Já stárnu normálně.
Brácha kosmonaut stárne pomaleji (protože letí vůči mě velkou rychlostí).	Brácha pozemšťan stárne pomaleji (protože letí vůči mě velkou rychlostí).

Mohou si posílat každý den večer zprávy, světlu trvá cesta z rakety na Zem (i obráceně) několik dní

Pozemšťan	Kosmonaut
Dneska jsem vyslal jsem zprávu, ale od bráchy jsem dostal zprávu z před pěti dnů. Je to jasné, když mu jde pomaleji čas.	Vyslal jsem zprávu, ale od bráchy jsem dostal zprávu z před pěti dnů, ale to je jasné, když mu jde pomaleji čas.

Ve skutečnosti se oba dívají na to, co dělal brácha před pěti dny, protože světlo je pomalé.
Dokud takhle letí, tak se nedá rozhodnout , kdo je starší a kdo je mladší. $\Rightarrow$ Pokud chceme srovnat jejich stáří, musí se kosmonaut vrátit na Zemi.

Kosmonaut vrátí na Zemi, srovná si hodinky s bráchou a zjistí, že brácha **kosmonaut je mladší. Proč?**

Pokud se má kosmonaut vrátit, musí zastavit a obrátit se. Během zastavování a zrychlování se nepohybuje rovnoměrně přímočaře (musí se pohybovat se zrychlením) $\Rightarrow$ pozná, že se s ním něco děje $\Rightarrow$ jeho situace není zaměnitelná se situaci bráchy na Zemi (toho netlačí do sedadla zrychlování rakety) $\Rightarrow$ jejich soustavy nejsou rovnocenné a pro kosmonauta neplatí speciální teorie relativity.
Pro kosmonauta platí obecná teorie relativity (OTR), která říká: Předmětům, které zrychlují nebo se nachází se v gravitačním poli, plyne čas pomaleji (opravdu a nerelativně) $\Rightarrow$ **kosmonaut bude mladší**

Shrnutí: Při pohledu na děje v soustavách, které se vůči nám pohybují, vidíme, že se v nich zpomaluje plynutí času (dilatace času). Pozorovatelé v těchto soustavách však vidí, že jejich čas běží normálně, ale naopak zpomaluje plynutí našeho času.